DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION MARS 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 8 pages.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 8 exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	3 points
Exercice 2	7 points
Exercice 3	8 points
Exercice 4	6 points
Exercice 5	5 points
Exercice 6	7 points
Exercice 7	5 points
Exercice 8	4 points
Présentation de la copie et utilisation de la langue française	5 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé,
laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1	3 points

Dans une classe de collège, après la visite médicale, on a dressé le tableau suivant :

	Porte des lunettes	Ne porte pas de lunettes
Fille	3	15
Garçon	7	5

Les fiches individuelles de renseignements tombent par terre et s'éparpillent.

1- Si l'infirmière en ramasse une au hasard, quelle est la probabilité que cette fiche soit :
1- a- celle d'une fille qui porte des lunettes ?
1- b- celle d'un garçon ?

2- L'infirmière ramasse la fiche d'une fille.
Quelle est la probabilité que cette fille porte des lunettes ?

1- a- P (fille qui porte des lunettes) = $\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

1- b- P (garçon) = $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

2- P (porte des lunettes sachant que c'est une fille) = $\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$

Exercice 2	7 points

On appelle f la fonction définie par $f(x)=(x-1)(2x-5)$.
On a utilisé un tableur pour obtenir un tableau de valeurs de la fonction f :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	f(x)	5	-0	-1	2	9	20	35	54	77	104	135

1- A l'aide du tableau de valeurs ci-dessus, sans effectuer de calcul, recopier et compléter l'égalité : f(2) = ...

2- A l'aide du tableau de valeurs ci-dessus, sans effectuer de calcul, déterminer l'image de 5 par la fonction f.

3- A l'aide du tableau de valeurs ci-dessus, sans effectuer de calcul, déterminer les éventuels antécédents de 5 par la fonction f.

4- A l'aide de l'expression de la fonction f, calculer l'image de 11 par la fonction f.

5- Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

6- Qu'a-t-on ensuite fait pour compléter les cellules C2 à L2 ?

7- Alix pense que l'expression de la fonction f peut s'écrire $f(x)=2x^2-7x+5$. A-t-il raison ? Justifier.

1- f(2) = -1

2- L'image de 5 par la fonction f est 20.

3- 0 est un antécédent de 5 par la fonction f.

4- Je calcule $f(11)=(11-1)\times(2\times11-5)$
$f(11)=10\times17$
$f(11)=170$
L'image de 11 par la fonction f est 170.

5- La formule à saisir dans la cellule B2 est = (B1-1)*(2*B1-5).

6- Pour compléter les cellules C2 à L2, il faut étirer.

7- Attention : Vérifier que les expressions $(x-1)(2x-5)$ et $2x^2-7x+5$ sont égales pour une (ou même plusieurs) valeur(s) de x ne suffit pas pour démontrer que les expressions sont toujours égales, pour n'importe quelle valeur de x , il faut utiliser le calcul littéral :

$f(x)=(x-1)(2x-5)$

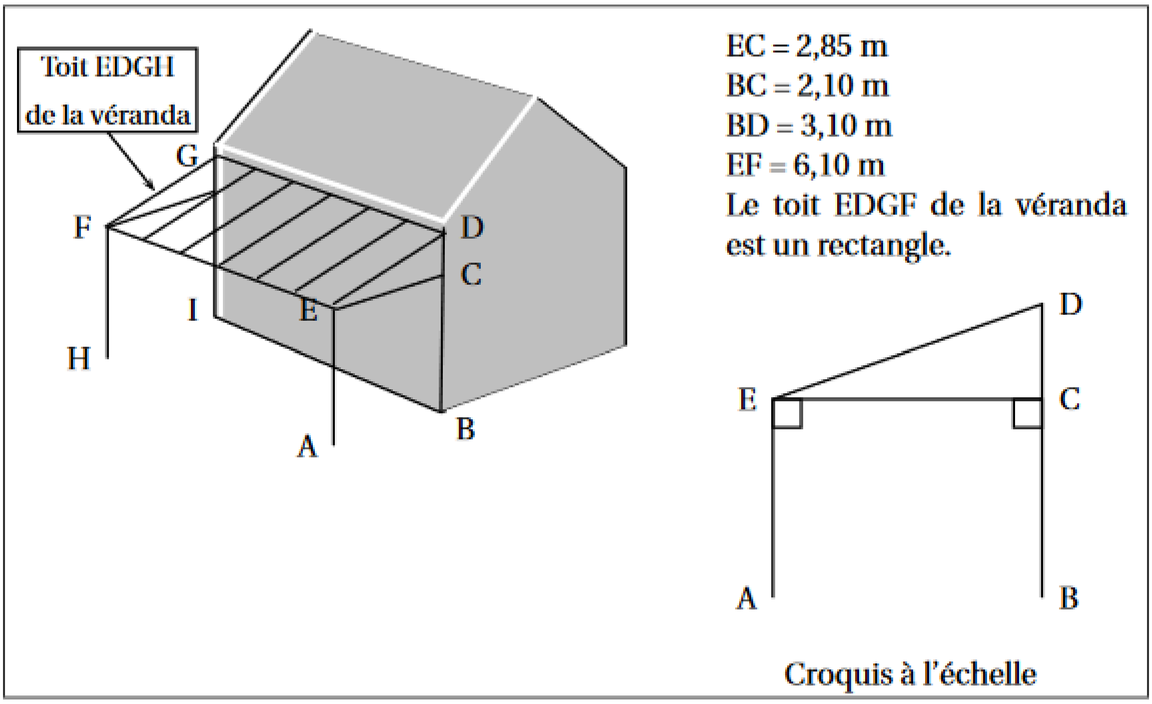
$f(x)=2x^2-5x-2x+5$ en développant à l'aide de la double distributivité

$f(x)=2x^2-7x+5$ en réduisant

Nous avons ainsi démontré qu'Alix a raison.

Exercice 3	8 points

Document 1 : Informations sur la véranda :



Document 2 : Informations sur les tuiles :

Modèle	Tuile romane	Tuile régence
Coloris	« littoral »	« brun vieilli »
Quantité au m²	13	19
Poids au m² (en kg)	44	44
Pente minimale nécessaire pour permettre la pose (en °)	15°	20°
Prix à l'unité (en €)	1,79 €	1,20 €
Prix au m² (en €)	23,27 €	€

Mélanie construit une véranda contre l'un des murs de sa maison (Document 1).
Pour couvrir le toit de la véranda, elle se rend chez un grossiste en matériaux qui lui fournit des renseignements concernant deux modèles de tuiles (Document 2).

1- Une tache cache le prix au m² des tuiles « régence ». Calculer ce prix.

2- La pente du toit de la véranda, c'est à dire l'angle $\widehat{DEC}$, permet-il la pose de chaque modèle ?

3- Mélanie décide finalement de couvrir le toit de sa véranda avec des tuiles romanes.
Ces tuiles sont vendues à l'unité.
Pour déterminer le nombre de tuiles à commander, le vendeur lui explique : « Il faut d'abord calculer la surface à couvrir, il faut ensuite augmenter cette surface de 5%. ».
En tenant compte de ce conseil, combien de tuiles doit-elle prévoir d'acheter ?

1- Une tuile Régence coûte 1,20 € et 1 m² de tuiles Régence est constituée de 19 tuiles donc 1 m² de tuiles Régence coûte $19 \times 1{,}20 = 22{,}80$ €.

2- Le triangle DEC est rectangle en C.

$$\tan \widehat{DEC} = \frac{DC}{EC}$$

$$\tan \widehat{DEC} = \frac{1}{2{,}85}$$

$$\widehat{DEC} = \arctan\left(\frac{1}{2{,}85}\right)$$

$$\widehat{DEC} \approx 19{,}33\,°$$

19,33° > 15° donc on peut prendre les tuiles Romane.
19,33° < 20° donc on ne peut pas prendre les tuiles Régence.

3-

<u>Étape 1 : Je calcule la longueur DE :</u>

Le triangle DEC est rectangle en C.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
ED² = EC² + CD²
ED² = 2,85² + 1²
ED² = 8,1125 + 1
ED² = 9,1125

$$ED = \sqrt{(9{,}1125)}$$

$$ED \approx 3{,}02\, m$$

<u>Étape 2 : Je calcule la surface à couvrir :</u>

Aire = Longueur x largeur

$$Aire \approx 6{,}10\, m \times 3{,}02\, m$$

$$Aire \approx 18{,}422\, m^2$$

<u>Étape 3 : J'augmente de 5% :</u>

Méthode 1 : en deux étapes, comme en 6^{e} :

$$\frac{18{,}422 \times 5}{100} = 0{,}9211\, m^2$$

$$18{,}422\, m^2 + 0{,}9211\, m^2 = 19{,}3431\, m^2$$

OU

Méthode 2 : en une étape, plus rapide, comme en 3^{e} :

$$18{,}422 \times 1{,}05 = 19{,}3431\, m^2$$

<u>Étape 4 : Je calcule le nombre de tuiles nécessaires pour couvrir :</u>

$$19{,}3431 \times 13 = 251{,}4603$$

Il faut prévoir 252 tuiles.

Exercice 4	6 points

Tom est un vendeur de crêpes.
Il verse sa pâte à crêpes dans un récipient en forme de cylindre de rayon 12 cm et de hauteur 20 cm.
Il a remplì ce récipient au $\frac{4}{5}$ de la hauteur.

1- Vérifier que la hauteur de la pâte dans le récipient est bien 16 cm.
2- Quelle est le volume occupé par cette pâte ? On donnera la valeur arrondie au cm^3 près.
3- Pour faire une crêpe, il utilise une louche remplie à ras bord dont la forme est une demi-sphère de diamètre 8 cm.
3- a- Calculer la volume de cette louche. On donnera la valeur arrondie au cm^3 près.
3- b- Combien Tom peut-il faire de crêpes avec cette louche ?

Rappel :

$$Volume\ d'un\ objet\ droit = Aire\ de\ la\ base \times Hauteur$$

$$Volume\ d'un\ objet\ pointu = \frac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$$

$$Volume\ d'une\ boule = \frac{4 \times \pi \times Rayon^3}{3}$$

1- $\frac{4}{5} \times 20 = 16$

La hauteur de la pâte est 16 cm.

2- Je calcule le volume du cylindre :

$$Volume\ du\ cylindre = Aire\ de\ la\ base \times Hauteur$$

avec :

→ $Aire\ de\ la\ base = \pi \times Rayon^2$

$$Aire\ de\ la\ base = \pi \times 12^2$$

$$Aire\ de\ la\ base = 144\pi$$

→ Hauteur = 16 cm par la question 1

donc :

$$Volume = 144\pi \times 16$$

$$Volume = 2304\pi$$

$$Volume \approx 7238\ cm^3$$

3- a- Je calcule le volume de la louche (demi-boule) :

$$Volume\ de\ la\ boule = \frac{4 \times \pi \times Rayon^3}{3}$$

$$Volume\ de\ la\ boule = \frac{4 \times \pi \times 4^3}{3}$$

$$Volume\ de\ la\ boule = \frac{256 \times \pi}{3}$$

$$Volume\ de\ la\ louche (demi-boule) = \frac{1}{2} \times \frac{256 \times \pi}{3}$$

$$Volume\ de\ la\ louche (demi-boule) = \frac{128 \times \pi}{3}$$

$$Volume\ de\ la\ louche (demi-boule) \approx 134\ cm^3$$

3- b- Je calcule le nombre de crêpes :

$$\frac{7238}{134} \approx 54$$

Il peut préparer environ 54 crêpes.

Exercice 5	5 points

Une machine sert à fabriquer des planches de 2 cm d'épaisseur. Pour la tester, un menuisier prélève au hasard 50 planches fabriquées par cette mesure leur épaisseur.

Épaisseur (en cm)	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3
Effectif	3	5	23	15	3	1

1- Calculer l'étendue des épaisseurs des planches fabriquées par cette machine.

2- Calculer l'épaisseur médiane des planches fabriquées par cette machine.

3- Calculer l'épaisseur moyenne des planches fabriquées par cette machine. On donnera la valeur arrondie au mm près.

4- On considère que la machine est bien réglée si moins de 10% des planches ont plus d'1 mm d'écart avec l'épaisseur souhaitée.
La machine est-elle bien réglée ?

1- e = max – min = 2,3 cm – 1,8 cm = 0,5 cm.
L'étendue est 0,5 cm.
Il y a un écart de 0,5 cm entre la plus petite et la plus grande épaisseurs.

2- effectif total = 3+5+23+15+3+1=50 pair
50 / 2 = 25
La médiane est entre la 25e valeur (qui est 2) et la 26e valeur (qui est 2).
Donc la médiane est 2.
La moitié des épaisseurs sont inférieures à 2 cm.
La moitié des épaisseurs sont supérieures à 2 cm.

3- $$Moyenne=\frac{3\times 1{,}8+5\times 1{,}9+23\times 2+15\times 2{,}1+3\times 2{,}2+1\times 2{,}3}{50}$$

$$Moyenne=\frac{101{,}3}{50}$$

$$Moyenne\approx 2{,}026\,cm$$

La moyenne est environ égale à 2,026 cm.

4- Il y a 3+3+1 = 7 planches qui ont plus d'1 mm d'écart avec l'épaisseur souhaitée (2 cm).

$$\frac{7}{50}=\frac{?}{100}$$

Il y a 14% de planches qui ont plus d'1 mm d'écart avec l'épaisseur souhaitée (2 cm).
14% > 10% donc la machine n'est pas bien réglée.

Exercice 6	7 points

On considère le programme de calculs ci-dessous :

→ Choisir un nombre ; → Multiplier le nombre choisi par 42 ; → Ajouter 49 au produit obtenu.

1- Vérifier que si on choisit le nombre 2 au départ alors le programme donne 133 comme résultat final.

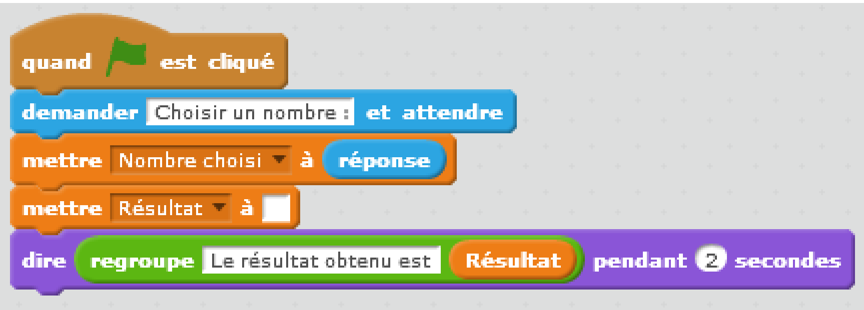
2- On choisit -1 comme nombre au départ. Quel résultat final le programme donne-t-il ?

3- Quel nombre faut-il choisir au départ si on souhaite obtenir 175 à la fin.

4- Quelque soit le nombre choisi au départ, le résultat final est positif. Vrai ou faux ? Justifier.

5- L'expression $A=42x+49$ donne le résultat final obtenu par ce programme pour un nombre x donné.
On considère l'expression $B=(3x+7)^2-9x^2$.
Quelque soit le nombre choisi au départ, $A=B$. Vrai ou faux ? Justifier.

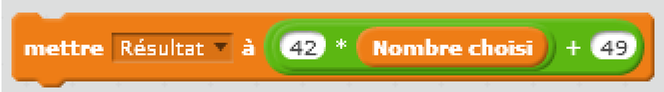
6- Ce programme Scratch est incomplet.



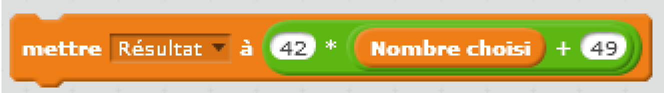
On souhaite qu'il donne le résultat du programme ci-dessus.
Que doit-on écrire à la ligne 4 ? Recopier la lettre (A, B ou C) de la proposition qui convient.

Proposition A :

Proposition B :



Proposition C :



1-
2 → 2 x 42 = 84 → 84 + 49 = 133
Si on choisit le nombre 2 au départ alors le programme donne 133 comme résultat final.

2-
-1 → -1 x 42 = -42 → -42 + 49 = 7
Si on choisit le nombre -1 au départ alors le programme donne 7 comme résultat final.

3-
Méthode 1 : à tâtons :
On cherche et on trouve 3.
3 → 3 x 42 = 126 → 126 + 49 = 175

Méthode 2 : avec une équation :
On cherche x tel que :

$$42x+49=175$$
$$42x+49-49=175-49$$
$$42x=126$$
$$\frac{42x}{42}=\frac{126}{42}$$
$$x=3$$

Il faut choisir 3 au départ si on souhaite obtenir 175 à la fin.

4- Quelque soit le nombre choisi au départ, le résultat final est positif.
Cette affirmation est fausse comme le montre le contre-exemple ci-dessous :
-10 → -10 x 42 = -420 → -420 + 49 = -371 < 0.

5- Attention : Vérifier que les expressions A et B sont égales pour une (ou même plusieurs) valeur(s) de x ne suffit pas pour démontrer que les expressions sont toujours égales, pour n'importe quelle valeur de x, il faut utiliser le calcul littéral :

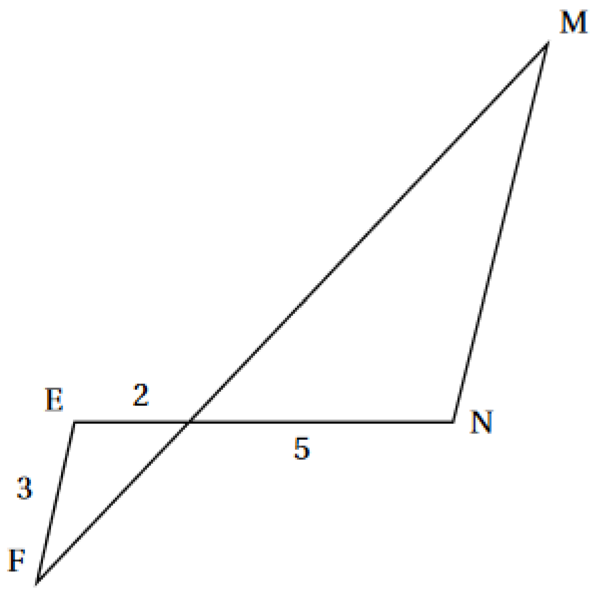
$$B=(3x+7)^2-9x^2$$
$$B=9x^2+42x+49-9x^2$$ par l'Identité Remarquable 1
$$B=42x+49$$
$$B=A$$

Nous avons ainsi démontré que les expressions A et B sont toujours égales, pour n'importe quelle valeur de x.

6- Il faut choisir la proposition B.

Exercice 7	5 points

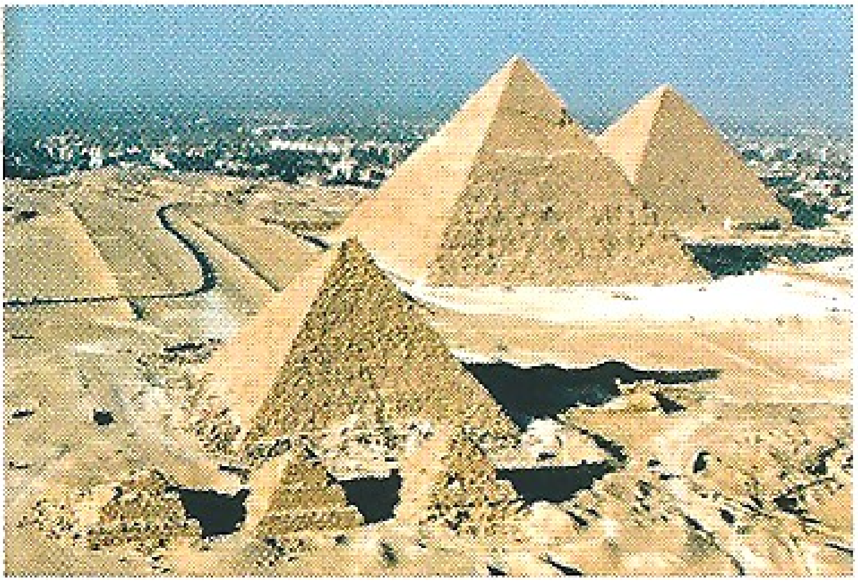
Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiple).
Pour chaque question, **une seule réponse est exacte**.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée.

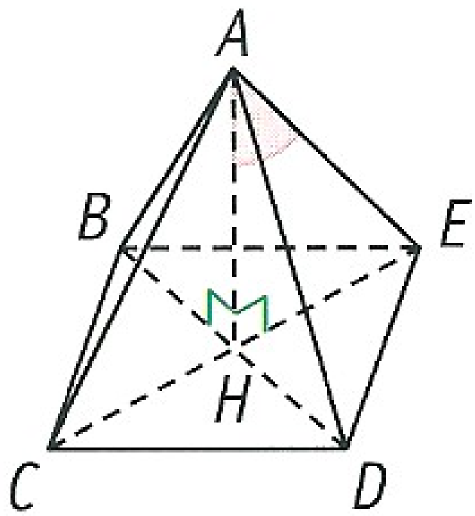
		A	B	C
1	Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit …	-8^{18}	$(-8)^{18}$	$18\times(-8)$
2	Une vitesse égale à 36 km/h correspond à ...	10 m/s	60 m/s	100 m/s
3	On considère g la fonction définie par $g(x)=x^2+5$. L'image de -3 par la fonction g est …	-4	14	-1
4	On considère h la fonction définie par $h(x)=3x+4$. L'antécédent de 7 par la fonction h est …	25	-1	1
5	 Les droites (EF) et (MN) sont parallèles. Les droites (EN) et (FM) sont sécantes en P. La longueur MN est égale à …	6	10	7,5

Exercice 8	4 points

La pyramide de Khéops a été construite il y a plus de 4500 ans à Gizeh en Égypte.

On a AE = 213 m et $\widehat{EAH}=50°$.





1- Vérifier que la hauteur AH de cette pyramide est bien d'environ 137 m.

2- La base de cette pyramide est un carré de côté 230 m.
Calculer le volume de cette pyramide. On donnera la valeur arrondie au m^3 près.

1- Le triangle AHE est rectangle en H.

$$\cos\widehat{EAH}=\frac{AH}{AE}$$
$$\cos 50°=\frac{AH}{213}$$
$$AH=213\times\cos 50°$$
$$AH\approx 137\,m$$

La hauteur AH de cette pyramide est bien d'environ 137 m.

2- $\text{Volume de la pyramide}=\frac{\text{Aire de la base}\times\text{Hauteur}}{3}$

avec :

→ Aire de la base = côté x côté = 230 m x 230 m = 52 900 m²

→ $\text{Hauteur}\approx 137\,m$

donc :

$$\text{Volume de la pyramide}\approx\frac{52900\,m^2\times 137\,m}{3}$$
$$\text{Volume de la pyramide}\approx 2\,415\,767\,m^3$$

Le volume de cette pyramide est environ égal à 2 415 767 m^3 .