Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2024 Amérique du Nord

Mai 2024
Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

CORRECTION de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'utilisation d'une calculatrice avec mode examen est autorisée (*circulaire n°2015-178 du 1er octobre 2015*)
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisé.

Le sujet comporte 12 pages numérotées de 1/12 à 12/12
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	20	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	20	points
Exercice 4	:	19	points
Exercice 5	:	21	points

Exercice 1. 20 points

Voici cinq affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. Voici les prix en euros d'un vêtement relevés dans différents magasins.

$$12; 15; 10; 7; 13$$

Affirmation A : La moyenne des prix est $11,40$€.

Corrigé (VRAIE)

La moyenne est de :

$$\frac{7+10+12+13+15}{5} = \frac{57}{5} = \frac{114}{10} = 11,4$$

Affirmation B : La médiane des prix est 10€.

Corrigé (FAUX)

- Il faut classer les prix par ordre croissant :

$$7\ ;\ 10\ ;\ \boxed{12}\ ;\ 13\ ;\ 15$$

- Il y a 5 valeurs donc la médiane est la 3e valeurs soit 12 euros.

2. Lors d'un entraînement, une élève court 20 m en 6 secondes.

Affirmation C : Lors de cet entraînement, sa vitesse moyenne était de 14 km/h.

Corrigé

20 m	?
6 s	3600 s

Puisque 1 h = 3 600 s, la vitesse moyenne est :

$$v = \frac{3600 \times 20}{6} = 12\,000 \text{ m/ h} = 12 \text{ km/ h}$$

Donc c'est Faux.

3. Une urne contient 15 boules indiscernables numérotées de 1 à 15 .

Affirmation D : La probabilité de tirer au hasard une boule sur laquelle apparaît un nombre premier est $\frac{7}{15}$.

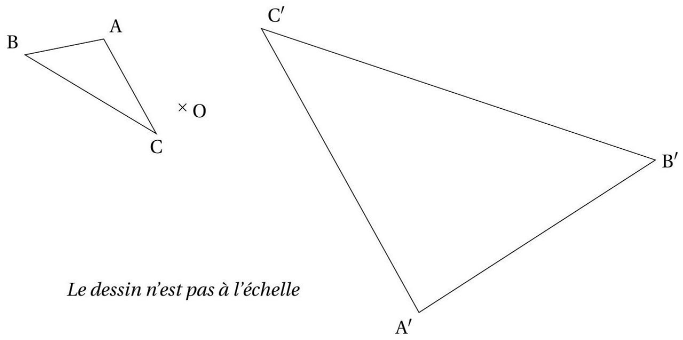
Corrigé

Les nombres premiers sont : $2; 3; 5; 7; 11; 13$: il y en a donc 6 parmi les 15 , soit une probabilité de

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5} :$$

C'est donc faux

4. Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport (-3).



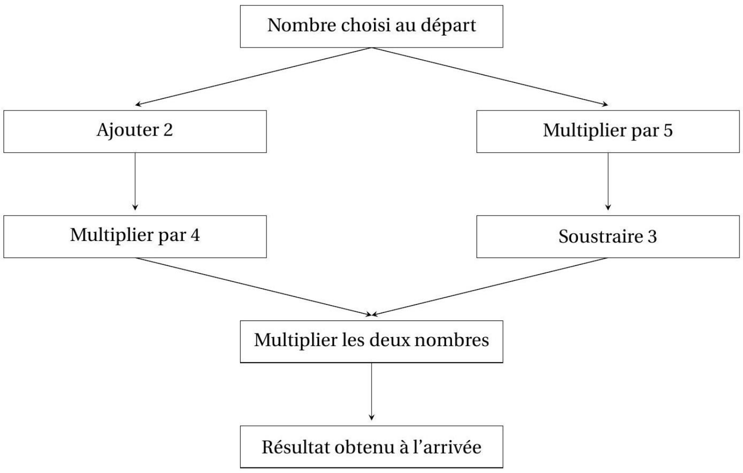
Affirmation E : L'aire du triangle $A'B'C'$ est égale à 3 fois l'aire du triangle ABC.

Corrigé

L'aire fait intervenir le produit de deux longueurs : chacune d'elles étant 3 fois plus grande, l'aire est $3 \times 3 = 9$ fois plus grande.
C'est Faux.

Exercice 2. 20 points

Voici un programme de calcul :



1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, le résultat à l'arrivée est 112 .

Corrigé

On a :

- à gauche $2 \to 4 \to 16$
- à droite $2 \to 10 \to 7$
- le produit final $16 \times 7 = 112$.

2. Quel est le résultat obtenu à l'arrivée quand on choisit -3 comme nombre de départ ?

Corrigé

- À gauche $-3 \to -1 \to -4$
- à droite $-3 \to -15 \to -18$
- le produit final : $-4 \times (-18) = 72$.

3. On choisit x comme nombre de départ.

Parmi les expressions suivantes, lesquelles permettent d'exprimer le résultat à l'arrivée de ce programme de calcul. Aucune justification n'est demandée.

Expression A	Expression B	Expression C	Expression D
$(x+2\times 4)(x\times 5-3)$	$(4x+2)(5x-3)$	$(4x+8)(5x-3)$	$(x+2)\times 4\times(5x-3)$

Corrigé

- À gauche $x \to x+2 \to 4(x+2)$,
- à droite $x \to 5x \to 5x-3$,
- donc le produit final est :
$$4(x+2)\times(5x-3) = (4x+8)(5x-3)$$
soit l'expression C ou l'expression D.

4. Trouver les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée. Expliquer la démarche.

Corrigé

Il faut résoudre l'équation produit nul
$$(4x+8)(5x-3)=0$$
Or un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
$$\begin{aligned}(4x+8)(5x-3)=0 &\iff \big(4x+8=0\big) \text{ ou } \big(5x-3=0\big)\\ &\iff \big(4x=-8\big) \text{ ou } \big(5x=3\big)\\ &\iff \big(x=-2\big) \text{ ou } \left(x=\frac{3}{5}\right)\end{aligned}$$
Les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée sont (-2) et $\dfrac{3}{5}$.

5. Développer et réduire l'expression B.

Corrigé

$$B=(4x+2)(5x-3)=20x^2-12x+10x-6=\underline{20x^2-2x-6}$$

Exercice 3. 20 points

Un cinéma propose trois tarifs :
Tarif « Classique» : La personne paye chaque entrée 11€.
Tarif « Essentiel» : La personne paye un abonnement annuel de 50 euros puis chaque entrée coûte 5€.
Tarif « Liberté» : La personne paye un abonnement annuel de 240 euros avec un nombre d'entrées illimité.

1. Avec le tarif « Classique», une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma.

Combien va-t-elle payer ?

Corrigé

Elle va payer : $3 \times 11 = 33$€.

2. Avec le tarif « Essentiel», une personne souhaite aller huit fois au cinéma.

Montrer qu'elle va payer 90€.

Corrigé

Elle va payer : $50 + 8 \times 5 = 50 + 40 = 90$€.

3. Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma.

On considère les trois fonctions f, g et h suivantes :

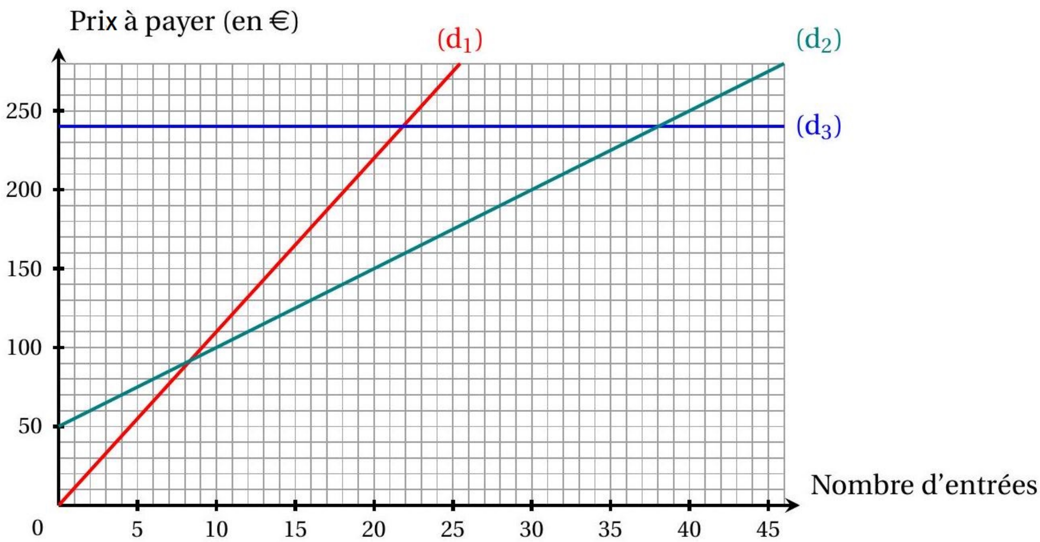
$$f : x \longmapsto 50 + 5x \quad g : x \longmapsto 240 \quad h : x \longmapsto 11x$$

Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

Corrigé

- f correspond au tarif «Essentiel» ;
- g correspond au tarif «Liberté» ;
- h correspond au tarif «Classique».

Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.



La droite (d_1) représente la fonction correspondant au tarif « Classique». La droite (d_2) représente la fonction correspondant au tarif « Essentiel». La droite (d_3) représente la fonction correspondant au tarif « Liberté».

4. Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrées ?

Corrigé

C'est le tarif «Classique» qui propose un prix proportionnel au nombre d'entrées (la fonction h est linéaire).

5. Pour les questions suivantes, aucune justification n'est attendue.

5. a. Avec 150€, combien peut-on acheter d'entrées au maximum avec le tarif « Essentiel» ?

Corrigé

La droite horizontale d'équation $y = 150$ coupe la droite (d_2) au point d'abscisse 20. On peut acheter 20 places au maximum au tarif «Essentiel».

5. b. À partir de combien d'entrées, le tarif « Liberté» devient-il le tarif le plus intéressant ?

Corrigé

La droite horizontale d'équation $y = 240$ coupe la droite (d_2) au point d'abscisse 38.

À partir de 39 places le tarif «Liberté »est le moins onéreux.

5. c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200€, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées ?

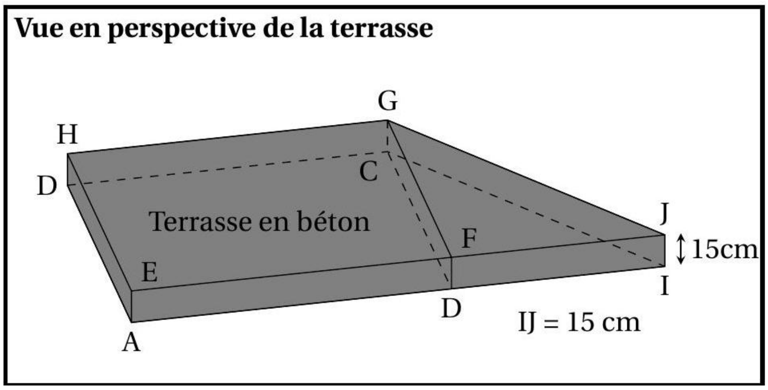
Corrigé

La dernière droite coupée par la droite d'équation $y = 200$ est la droite (d_2).

Pour 200€ c'est le tarif « Essentiel» qui donne le plus grand nombre de places.

Exercice 4. 19 points

M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin. Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de $15\ \mathrm{cm}$. Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.

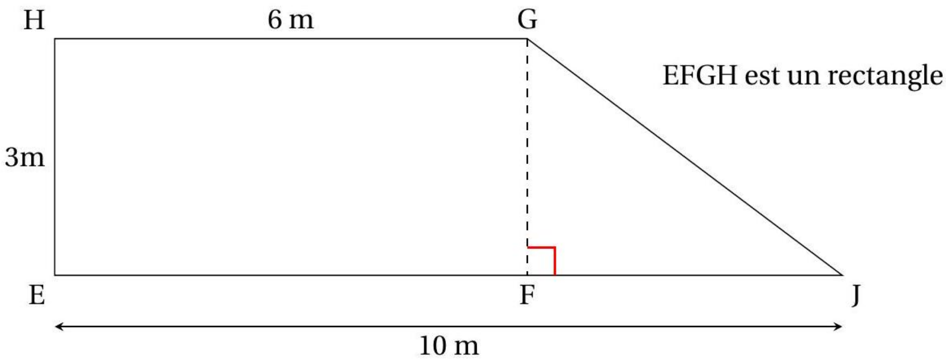


Rappel :

Le volume d'un prisme est donné par la formule :

$$\boxed{V = \text{Aire}_{\text{ base}} \times \text{Hauteur}}$$

Vue de dessus de la terrasse



1. Montrer que $FJ = 4$ m.

> **Corrigé**
> EFGH est un rectangle, donc $\text{HG} = \text{EF} = 6$, puis $\text{FJ} = \text{EI} - \text{EF} = 10 - 6 = 4$ (m).

2. Afin de pouvoir couler le béton, M. et M$^{\text{me}}$ Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour. Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?

> **Corrigé**
> EFGH est un rectangle, donc $\text{GF} = \text{HE} = 3$ et $\text{FI} = 4$.

Dans le triangle GFJ rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$FJ^2 = GF^2 + GJ^2$$
$$FJ^2 = 3^2 + 4^2$$
$$FJ^2 = 9 + 16$$
$$FJ^2 = 25$$

Or FJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$FJ = \sqrt{25}$$
$$FJ = \underline{5 \text{ m}}$$

On a donc

$$\text{EF} + \text{FJ} + \text{JG} + \text{GH} + \text{HE} = 6 + 4 + 5 + 6 + 3 = 24 \text{ m}$$

Il doivent acheter au minimum 24 m de planches.

3. M. et Mme Martin souhaitent réaliser 4 m^3 de béton.

3. a. Montrer que le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3.

Corrigé

La base du prisme a une aire :

$$\mathscr{A}(\text{EFJGH}) = \mathscr{A}(\text{EFGH}) + \mathscr{A}(\text{FJG}) = 3 \times 6 + \frac{3 \times 4}{2} = 18 + 6 = 24 \text{ m}^2$$

Le volume de la terrasse est égal à :

$$V = 24 \times 0,15 = 3,6 \text{ m}^3$$

soit moins de 4 m^3.

3. b. Sachant que pour faire 1 m^3 de béton, il faut 250 kg de ciment, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser 4 m^3 de béton ?

Corrigé

1 m^3	4 m^3
250 kg	?

Pour faire 1 m^3 de béton il faudra donc acheter $\underline{4 \times 250 = 1000 \text{ kg de ciment}}$.

3. c. Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable.

Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio $2 : 7 : 5$. Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les 4 m^3 de béton.

Corrigé

Le ratio, peut également s'écrire par proportionnalité $1 \ ; \ 3,5 \ ; \ 2,5$, d'où pour faire 4 m^3 de béton :

- quantité de gravier nécessaire $1000 \times 3,5 = \underline{3500 \text{ kg}}$;
- quantité de sable nécessaire $1000 \times 2,5 = \underline{2500 \text{ kg}}$.

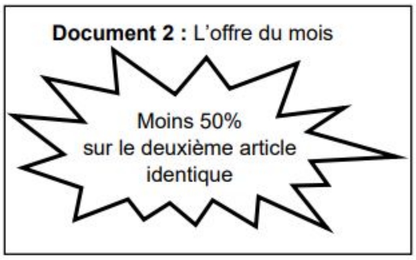
©ISSN 2272-5318

4. M. et M$^{\text{me}}$ Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.

À l'aide des documents 1,2 et 3 , déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

Document 1 : Pots de peinture proposés

	Pot A	Pot B
Contenance (en litres)	5	10
Prix (en euros)	79,90	129,90



Document 3
Deux couches de peinture sont nécessaires.
1 litre de peinture permet de réaliser une couche de $5\ \mathrm{m}^2$.

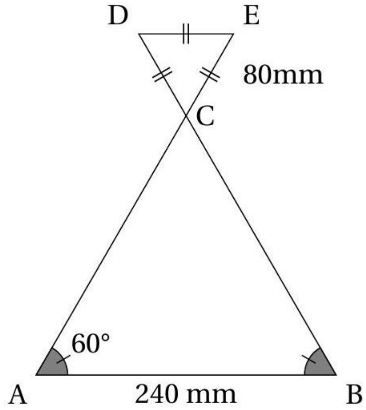
Corrigé

- On a vu que l'aire de la terrasse est égale à $24\ \mathrm{m}^2$. Passer deux couches revient à peindre $48\ \mathrm{m}^2$.
  Il faut donc :
  $$\frac{48}{5} = \frac{96}{10} = 9,6 \text{ L de peinture.}$$
- On peut acheter deux pots A de 5 L. puisque le 2e est à 50% on a un coût de :
  $$79,90 + \frac{79,90}{2} = 79,90 + 39,95 = 119,85€$$
- ou acheter un pot B de 101 à $129,90€$.
- C'est la première solution qui a un coût minimal.

Exercice 5. 21 points

Dans cet exercice on considère la figure codée ci-contre.

- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points B, C et D sont alignés.
- $\text{AB} = 240$ mm.
- $CE = 80$ mm.



le dessin n'est pas à l'échelle

Partie A

1. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

Corrigé

- Méthode 1 :
  - Les angles $\widehat{\text{A}}$ et $\widehat{\text{B}}$ ont la même mesure soit $60°$;
  - $\widehat{C}$ a pour mesure le complément à 180 des mesures des deux autres angles soit

$$180 - (60 + 60) = 180 - 120 = 60°$$

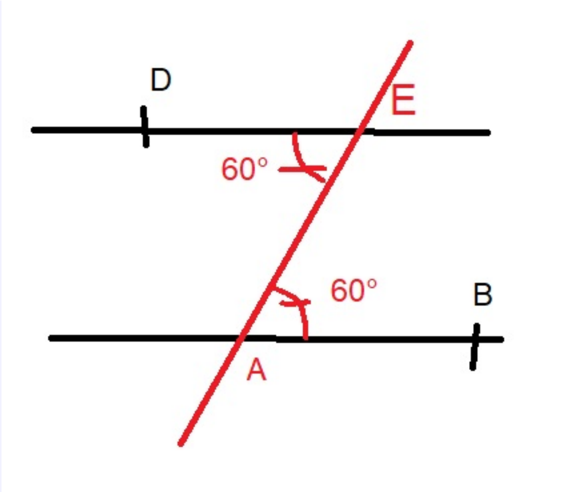
  - Le triangle ABC a ses trois angles de même mesure : il est équilatéral.
- Méthode 2 :
  Le triangle CDE ayant ses trois côtés de même longueur est équilatéral donc que la mesure de l'angle $\widehat{\text{DCE}}$ est égale à $60°$ et celui de l'angle opposé par le sommet $\widehat{\text{ACB}}$ aussi.
  Le triangle ABC a ses trois angles de même mesure : il est équilatéral.

2. Montrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Corrigé

- On a montré que CDE est équilatéral donc

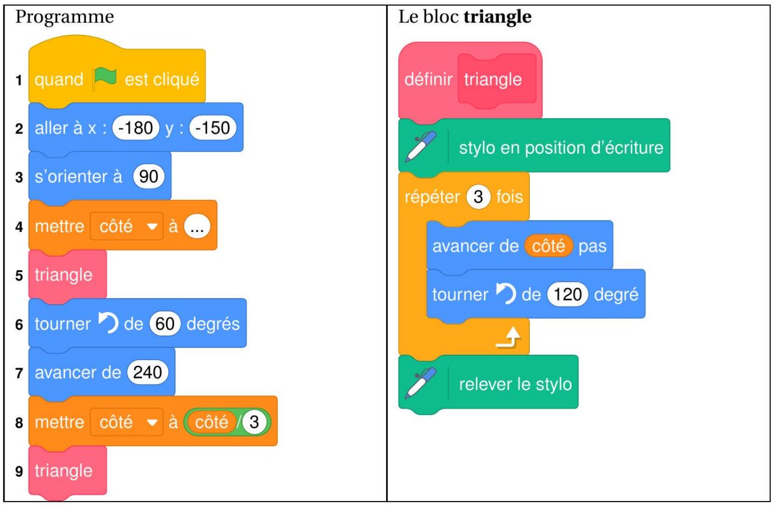
$$\widehat{\text{DEA}} = 60°$$



- Les angles $\widehat{DEA}$ et $\widehat{EAB}$ sont alternes-internes et ont la même mesure donc les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Partie B

On donne le programme suivant qui permet de tracer la figure précédente.
Ce programme comporte une variable nommée «côté».
Les longueurs sont données en pas : 1 pas représente $1\,\mathbf{mm}$.
On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 signifie que le lutin se dirige horizontalement vers la droite.



1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du lutin ? Aucune justification n'est demandée.

Corrigé

Le point de départ a pour coordonnées (D8), soit $(-180\ ;\ -150)$

2. Quelle valeur doit être saisie à la ligne 4 dans le programme ? Aucune justification n'est demandée.

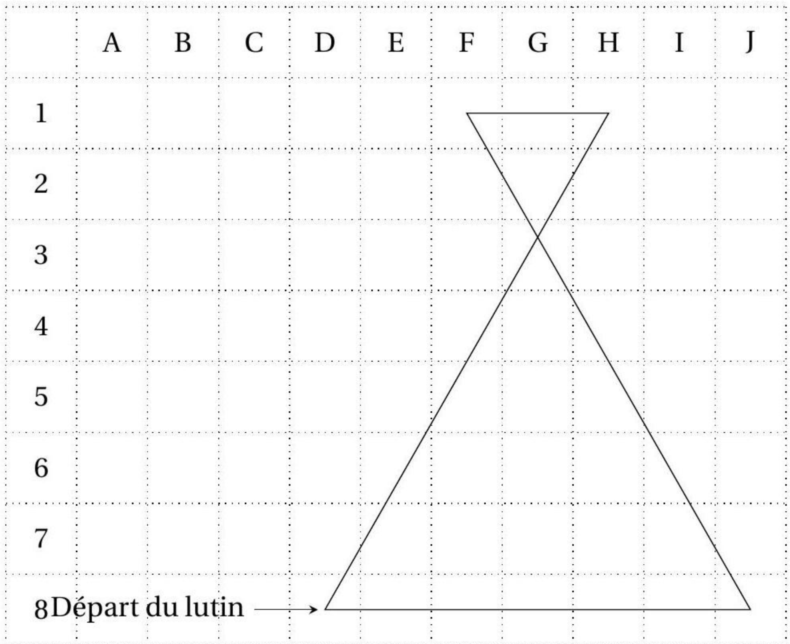
Corrigé

À l'instruction 7 on est revenu au point de départ et on avance de 240 pas pour aller dessiner le petit triangle, donc on écrit 240 à la ligne 4.

3. Le lutin démarre à la case D8. Dans quelle case se trouve-t-il lorsqu'il vient d'exécuter la ligne 7 du programme ? Aucune justification n'est demandée.

Corrigé

Après l'exécution de la ligne le lutin se trouve au point de coordonnées (G3)



4. Expliquer l'instruction «côté $/3$ » de la ligne 8 du programme pour le tracé de la figure.

Corrigé

Les bases des triangles sont dans le rapport $\frac{6}{2} = 3$, donc les côtés du petit triangle sont 3 fois plus courts que ceux du grand : 80 pas ou 8 cm pour le petit et 240 pas ou 24 cm pour le grand.

Fin du devoir