∽ Corrigé du Brevet Métropole Antilles–Guyane ∾
19 septembre 2024

Exercice 1 **20 points**

1. Affirmation 1

La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 260 est $4 \times 5 \times 13$.

Le nombre 4 n'est pas un nombre premier donc $4 \times 5 \times 13$ n'est pas une décomposition en produit de facteurs premiers.

Affirmation 1 fausse

2. Affirmation 2

Une urne opaque contient des boules indiscernables au toucher : 3 boules blanches, 4 boules jaunes et 8 boules rouges. On pioche au hasard une boule dans cette urne et on note sa couleur.

Une autre urne opaque contient des boules indiscernables au toucher : 1 boule marquée de la lettre A, 1 boule marquée de la lettre B et 3 boules marquées de la lettre C. On pioche au hasard une boule dans cette urne et on note la lettre obtenue.

La probabilité d'obtenir une boule de couleur rouge est supérieure à la probabilité d'obtenir une boule marquée de la lettre C.

D'après le texte :

- La première urne contient $3+4+8=15$ boules dont 8 rouges.
  La probabilité d'obtenir une boule de couleur rouge est donc $\frac{8}{15}$.
- La seconde urne contient $1+1+3=5$ boules dont 3 marquées C.
  La probabilité d'obtenir une boule marquée de la lettre C est donc $\frac{3}{5}$.

$\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$ et $\frac{8}{15}<\frac{9}{15}$ donc la probabilité d'obtenir une boule de couleur rouge est inférieure à la probabilité d'obtenir une boule marquée de la lettre C.

Affirmation 2 fausse

3. Affirmation 3

La solution de l'équation $7x+5=2x-2$ est $-1,4$.

$7x+5=2x-2$ équivaut à $7x-2x=-2-5$ équivaut à $5x=-7$ équivaut à $x=-\frac{7}{5}$ équivaut à $x=-1,4$

Affirmation 3 vraie

4. Affirmation 4

On empile 10 pièces cylindriques de 1,9 cm de diamètre et de 0,2 cm de hauteur. Le volume du cylindre, arrondi à l'unité, formé par les 10 pièces est de 6 cm^3.

> Une pièce cylindrique a un diamètre de $1,9$ cm, donc un rayon $R = 0,95$.
> Sa hauteur est de $h = 0,2$.
> Le volume d'une pièce est $\pi \times R^2 \times h$ soit environ $3,14 \times 0,95^2 \times 0,2$ et donc $0,567$
> Le volume des 10 pièces est environ $0,567 \times 10 = 5,67$ soit 6 cm^3 en arrondissant à l'unité.
>
> **Affirmation 4 vraie**

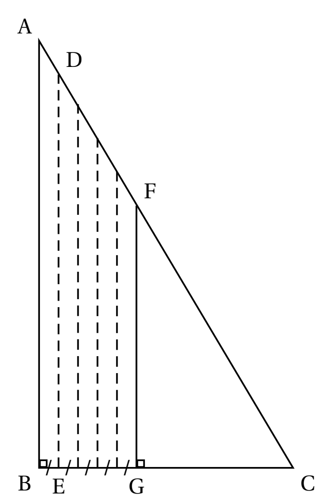
5. Affirmation 5

   Un éléphant qui court à une vitesse de 5 m/s est plus rapide qu'un cochon qui se déplace à une vitesse de 17 km/h.

   > Dans une heure, il y a 3 600 secondes, et dans un kilomètre, il y a 1 000 mètres.
   > Une vitesse de 5 m/s correspond donc en m/h à $5 \times 3600 = 18000$, soit en km/h : $\frac{18000}{1000} = 18$.
   > Donc l'éléphant court à une vitesse de 18 km/h et le cochon se déplace à une vitesse de 17 km/h; donc l'éléphant est plus rapide que le cochon.
   >
   > **Affirmation 5 vraie**

Exercice 2 — 20 points

Un agriculteur possède un champ de blé ayant la forme d'un triangle ABC rectangle en B représenté ci-contre. On donne AB = 200 m et BC = 150 m.
Pour moissonner son champ, il utilise une moissonneuse batteuse qui, à chaque passage, coupe des bandes de 12 mètres de large parallèles à la droite (AB). On a donc BE = 12 m.
Il commence à passer le long du côté [AB]. Le segment en pointillés [DE] représente la limite du premier passage de la moissonneuse batteuse.
Après avoir fait 5 passages, il a moissonné le quadrilatère ABGF.



1. **a.** BG = 5BE = 5 × 12 = 60 donc BG = 60 m.

   b. CG = BC − BG = 150 − 60 = 90 donc CG = 90 m.

2. Dans les triangles ABC et FGC :

   - (AB) et (FG) sont parallèles;
   - B, G et C sont alignés dans cet ordre;
   - A, F et C sont alignés dans cet ordre.

   On peut donc appliquer le théorème de Thalès :
   $\dfrac{GF}{BA} = \dfrac{CG}{CB}$ soit $\dfrac{GF}{200} = \dfrac{90}{150}$ donc $GF = \dfrac{90}{150} \times 200 = 120$
   La longueur GF est donc de 120 m.

3. **a.** Le triangle CGF est rectangle en G donc son aire est : $\dfrac{GF \times CG}{2} = \dfrac{120 \times 90}{2} = 5400$.

   L'aire du triangle rectangle CGF est donc de 5 400 m^2.

   b. Le quadrilatère ABGF a une surface de 9 600 m^2 qui a été moissonnée en 80 minutes, et on admet que le temps de travail de la moissonneuse batteuse est proportionnel à la surface moissonnée.

On établit un tableau de proportionnalité :

Surface (m^2)	9 600	5 400
Temps (min)	80	?

$\dfrac{5\,400 \times 80}{9\,600} = 45$ donc le temps de travail qu'il faut pour moissonner la partie restante CGF de son champ est de 45 minutes.

4. L'année suivante, il décide de clôturer son champ ABC.

La longueur de la clôture est $AB + BC + AC = 200 + 150 + AC = 350 + AC$.

Le triangle ABC est rectangle en B donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 200^2 + 150^2 = 62\,500$; donc $AC = \sqrt{62\,500} = 250$

$350 + 250 = 600$ donc il faut acheter 600 mètres de clôture.

Exercice 3 — 20 points

Une entreprise décide de faire poser sur le toit de son hangar des panneaux solaires.
Pendant une semaine d'utilisation, les productions d'électricité journalières en kilowatt-heures (kWh) de ces panneaux ont été relevées dans le tableau ci-dessous :

Jour de la semaine	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Production d'électricité en kWh	381	363	322	329	393	405	376

1. **a.** La production d'électricité a été la plus grande le samedi avec 405 kWh.

b. La production d'électricité a été la plus petite le mercredi avec 322 kWh.
$405 - 322 = 83$ donc l'étendue de ces productions d'électricité est 83 kWh.

c. $\dfrac{381 + 363 + 322 + 329 + 393 + 405 + 376}{7} = \dfrac{2\,569}{7} = 367$ donc
la production moyenne d'électricité par jour sur cette période est de 367 kWh.

2. L'entreprise revend 15 % de sa production d'électricité au tarif de 8 centimes le kWh.

La production sur la semaine a été de 2 569 kWh.

Les 15 % de cette production correspondent à $2\,569 \times \dfrac{15}{100} = 385,35$.

$385,35 \times 8 = 3\,082,8$ donc elle a gagné 30,828 € pendant ces 7 jours.

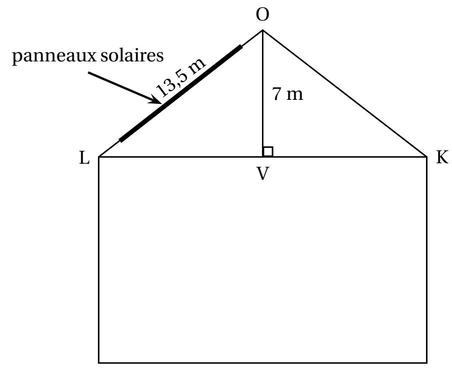
3. Afin que les panneaux solaires aient une production maximale, le toit doit avoir une pente avec l'horizontale comprise entre 30° et 35°.

La pente du toit avec l'horizontale correspond à l'angle $\widehat{OLV}$.

Dans le triangle OLV rectangle en V, on a : $\sin\left(\widehat{OLV}\right) = \dfrac{OV}{OL} = \dfrac{7}{13,5}$.

On en déduit que $\widehat{OLV} \approx 31,2°$.

31,2 est compris entre 30 et 35 donc, sur ce toit, les panneaux solaires ont une production maximale.



Exercice 4 — 20 points

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 10x + 16$.

1. $f(6) = 6^2 + 10 \times 6 + 16 = 36 + 60 + 16 = 112$, donc l'image de 6 par la fonction f est 112.

2. On utilise un tableur afin de calculer les images des entiers compris entre -4 et 4 par la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$f(x)$	-8	-5	0	7	16	27	40	55	72

   a. Parmi les 4 formules ci-dessous,
   =B1*B1+10*B1+16 | =A1*A1+10*A1+16 | $= (-4)*(-4)+10*(-4)+16$ | $= x*x+10*x+16$
   celle qui a été saisie dans la cellule B2, puis étirée vers la droite afin de calculer les images des nombres donnés par la fonction f est : =B1*B1+10*B1+16

   b. D'après la colonne D du tableau, on peut dire que -2 est un antécédent de 0 par la fonction f.

3. **a.** $(x+2)(x+8) = x^2 + 2x + 8x + 16 = x^2 + 10x + 16 = f(x)$

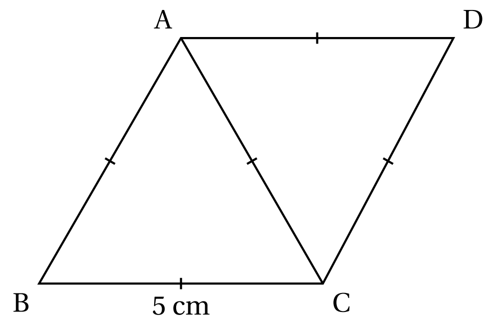
   b. Pour déterminer les antécédents de 0 par la fonction f, on résout l'équation $f(x) = 0$.

   $f(x) = 0$ si et seulement si $(x+2)(x+8) = 0$
   si et seulement si $x+2 = 0$ ou $x+8 = 0$
   si et seulement si $x = -2$ ou $x = -8$

   Le nombre -8 est donc un autre antécédent de 0 par la fonction f.

Exercice 5 **20 points**

La quadrilatère ABCD ci-dessous est constitué de deux triangles équilatéraux de côté 5 cm.



1. **a.** On reproduit le quadrilatère ABCD en vraie grandeur.

   b. Le triangle ABC est équilatéral donc AB = BC = CA.

   Le triangle ACD est équilatéral donc AC = CD = DA.

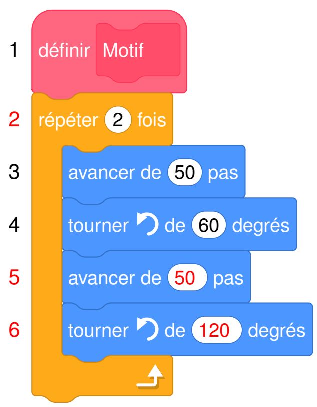
   On déduit que AB = BC = CD = DA et donc que le quadrilatère ABCD est un losange.

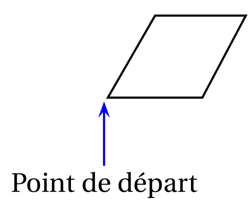
   c. Le triangle ABC est équilatéral donc $\widehat{BCA} = 60$.

   Le triangle ACD est équilatéral donc $\widehat{ACD} = 60$.

   Or $\widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD}$, donc on en déduit que l'angle $\widehat{BCD}$ mesure 120°.

2. On complète les lignes 5 et 6 du programme ci-dessous pour qu'il permette de créer le bloc Motif qui trace le quadrilatère ABCD.





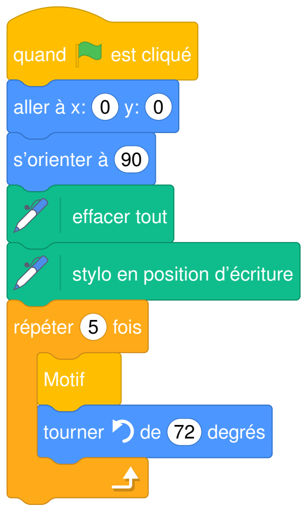
3. On complète les trois phrases suivantes afin d'associer chaque figure au programme qui permet de la tracer.

   Le programme A permet de tracer la figure 2.

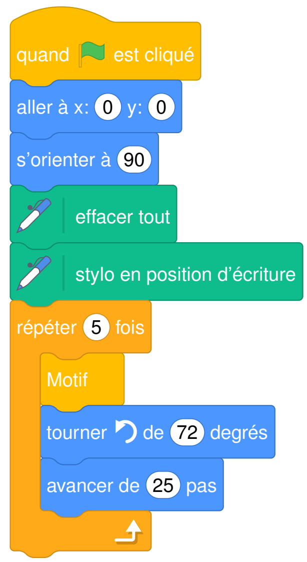
   Le programme B permet de tracer la figure 3.

   Le programme C permet de tracer la figure 1.

Programme A



Programme B



Programme C

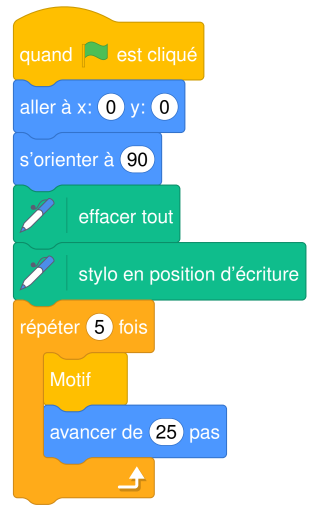


Figure 1

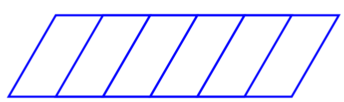


Figure 2

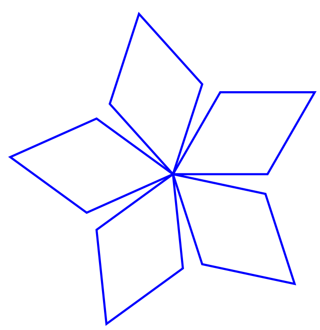


Figure 3