Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2024 Métropole

1re juillet 2024

Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

CORRECTION de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

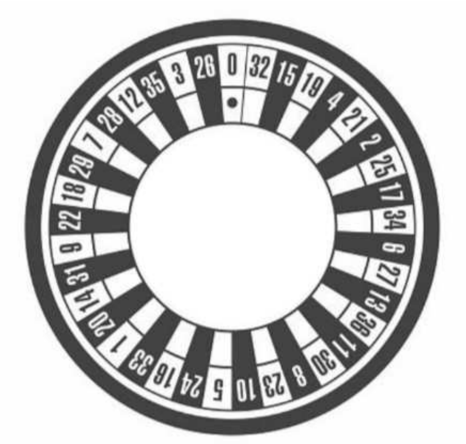
L'utilisation d'une calculatrice avec mode examen est autorisée (*circulaire n°2015-178 du 1er octobre 2015*)
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisé.

Le sujet comporte 10 pages numérotées de 1/10 à 10/10
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	20	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	22	points
Exercice 4	:	18	points
Exercice 5	:	20	points

Exercice 1. 20 points

Au casino, la roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur mise au choix sur un ou plusieurs numéros. On lance une bille sur une roue qui tourne, numérotée de 0 à 36 . La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.



1. Expliquer pourquoi la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\dfrac{1}{37}$.

Corrigé

La roulette est numérotée de 0 à 36, donc elle comporte au total 37 numéros. Comme la bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro (équiprobabilité), la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est donnée par :

$$P(\text{numéro } 7) = \frac{1}{37}$$

Donc, la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.

2. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire.

Corrigé

Les cases noires et paires sur la roulette sont :

$$4 , 2 , 6 , 8 , 10 , 24 , 20 , 22 , 28 , 26.$$

Il y a 10 de ces cases sur un total de 37 numéros. Ainsi, puisqu'il y a équiprobabilité des tirages, la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire est :

$$P(\text{noire et paire}) = \frac{10}{37}$$

3.

3. a. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6 .

Corrigé

Les numéros inférieurs ou égaux à 6 sont :

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Il y a 7 de ces numéros sur un total de 37. Donc, la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6 est :

$$P(\text{numéro} \leqslant 6) = \frac{7}{37}$$

3. b. En déduire la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7 .

Corrigé

Pour déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7, on utilise la complémentarité :

$$P(\text{numéro} \geqslant 7) = 1 - P(\text{numéro} \leqslant 6) = 1 - \frac{7}{37} = \frac{30}{37}$$

3. c. Un joueur affirme qu'on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7 . A-t-il raison ?

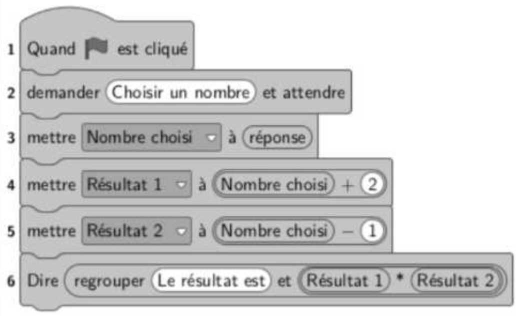
Corrigé

La probabilité calculée est $\frac{30}{37}$, ce qui correspond à environ 0,81. Pour vérifier, calculons le pourcentage :

$$\frac{30}{37} \approx 0,8108 \quad \text{(environ 81,08\%)}$$

Donc, le joueur a raison car 81,08% est bien supérieur à 75%. Ainsi, le joueur a effectivement plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7.

Exercice 2. 20 points

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Prendre le carré du nombre choisi. • Multiplier le résultat par 2. • Ajouter le double du nombre de départ. • Soustraire 4 au résultat.	

1.

1. a. Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56 .

Corrigé

Choisir un nombre	5
Prendre le carré	$5^2 = 25$
Multiplier par 2	$2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$
Ajouter le double du nb de départ	$2 \times 5^2 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60$
Soustraire 4	$2 \times 5^2 + 2 \times 5 - 4 = 60 - 4 = 56$

Si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56 .

1. b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit -9 comme nombre de départ ?

Corrigé

Choisir un nombre	-9
Résultat 1	$-9+2=-7$
Résultat 2	$-9-1=-10$
Résultat	$-7\times(-10)=70$

2. On choisit un nombre quelconque comme nombre de départ.

2. a. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B ?

$$E_1=(x+2)-1\ ;\ E_2=(x+2)\times(x-1)\ ;\ E_3=x=2\times x-1$$

Corrigé

Choisir un nombre	x
Résultat 1	$x+2$
Résultat 2	$x-1$
Résultat	$(x+2)\times(x-1)$

Donc c'est la proposition 2.

2. b. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A.

Corrigé

Choisir un nombre	x
Prendre le carré	x^2
Multiplier par 2	$2\times x^2=2x^2$
Ajouter le double du nb de départ	$2x^2+2x$
Soustraire 4	$2x^2+2x-4$

3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

Corrigé

Développons le résultat obtenu avec le programme B :

$$\begin{aligned}(x+2)(x-1)&=x^2-x+2x-2\\&=x^2+x-2\end{aligned}$$

Et le double de ce résultat donne bien celui du programme A :

$$2\times(x^2+x-2)=\underline{2x^2+2x-4}$$

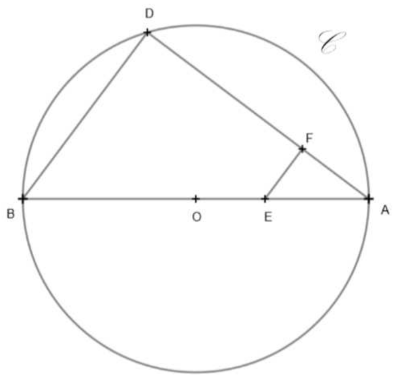
Exercice 3. 22 points

Sur la figure ci-dessous, on a :

- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre et de rayon 4,5 cm ; ;

AB est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;

- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD = 5,4 cm , DA = 7,2 cm et AE = 2,7 cm.



1. Justifier que le diamètre mesure 9 cm.

Corrigé

Le diamètre du cercle est la distance AB. Comme AB est un diamètre du cercle de rayon 4,5 cm, on a :

$$\text{AB} = 2 \times \text{rayon} = 2 \times 4,5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

Donc, le diamètre mesure 9 cm.

2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D.

Corrigé

Si le triangle ABD est rectangle, c'est forcément en D car $[AB]$ est le plus grand côté. On a:

D'une part :
$$\begin{aligned} AB^2 &= 9^2 \\ AB^2 &= 81 \end{aligned}$$

et

D'autre part :
$$\begin{aligned} AD^2 + BD^2 &= 7,2^2 + 5,4^2 \\ AD^2 + BD^2 &= 51,84 + 29{,}16 \\ AD^2 + BD^2 &= 81 \end{aligned}$$

Conclusion : $AB^2 = AD^2 + BD^2$,
donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, <u>le triangle ABD est rectangle en D</u>.

3. Calculer AF.

©ISSN 2272-5318

Corrigé

- Les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- Les points A, F, D et A, E, B sont aligné sur deux droites sécantes en A.
- Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} \iff \frac{AF}{7,2} = \frac{2,7}{9}$$

Donc :

$$\boxed{AF = \frac{2,7 \times 7,2}{9} = 2,16 \text{ cm}}$$

4.

4. a. Justifier que l'aire du triangle ABD est égale à 19,44 cm^2

Corrigé

L'aire du triangle ABD rectangle en D est :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times BD \times AD = \frac{1}{2} \times 5,4 \times 7,2 = \underline{19,44 \text{ cm}^2}$$

4. b. Calculer l'aire du disque, arrondie au centième.

Rappel : l'aire du disque est égale à $\pi \times R^2$, où R est le rayon du disque.

Corrigé

L'aire du disque, arrondie au centième est :

$$\text{Aire du disque} = \pi \times (\text{rayon})^2 = \pi \times (4,5)^2 = \pi \times 20,25 \approx \underline{63,62 \text{ cm}^2}$$

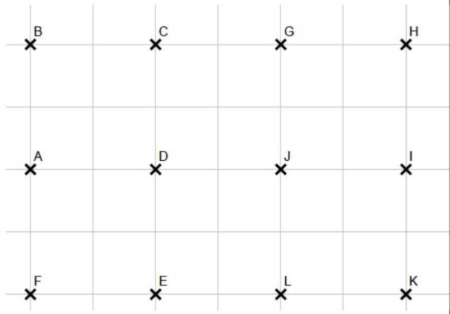
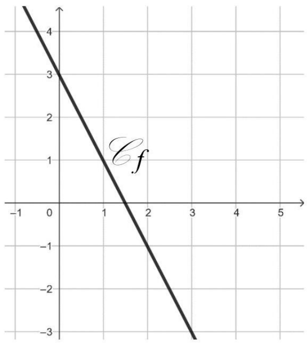
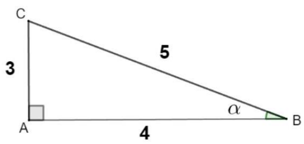
5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ?

Corrigé

Pourcentage de l'aire du disque représenté par l'aire du triangle ABD :

$$\text{Pourcentage} = \left(\frac{\text{Aire du triangle ABD}}{\text{Aire du disque}}\right) \approx \left(\frac{19,44}{63,62}\right) \approx \underline{30,56\%}$$

Exercice 4. 18 points

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$. Quelle est l'image de – 4 par cette fonction ?	–14	–10	–3
2. Combien vaut $(-5)^3$?	–125	–15	125
3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ? 	H	E	D
4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ? 	3	– 3	0
5. On a mesuré les tailles, en m, de sept élèves : 1,46 ; 1,65 ; 1,6 ; 1,72 ; 1,7 ; 1,67 ; 1,75 Quelle est la médiane, en m, de ces tailles ?	1,72	1,67	1,65
6. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, quelle est la valeur de $\cos\alpha$? 	0,8	0,75	0,6

1. Réponse A.

Corrigé

L'image de -4 par f est :

$$f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = \underline{-14}$$

2. Réponse A.

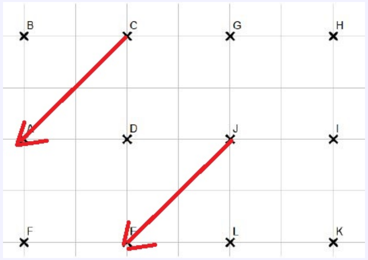
Corrigé

$$(-5)^3 = -125$$

Remarque
On a du mal à comprendre la pertinence de cette question puisque la calculatrice est autorisée et que même en oubliant les parenthèses le résultat est le même !

3. Réponse B.

Corrigé
L'image du point J est le point E par la translation qui transforme C en A.



4. Réponse C.

Corrigé
L'antécédent de 3 par f est 0 car $f(0) = 3$.

5. Réponse B .

Corrigé
On classe les tailles par ordre croissant et puisqu'il y a 7 élèves, la médiane sera la 4e valeur soit 1,67 cm :

$$1,46\ ;\ 1,6\ ;\ 1,65\ ;\ \boxed{1,67}\ ;\ 1,7\ ;\ \ ;\ 1,72\ ;\ 1,75$$

6. Réponse A .

Corrigé
ABC rectangle en A donc :

$$\cos\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Exercice 5. 20 points

Un club de natation propose un après-midi découverte pour les enfants.

PARTIE A

La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?

> **Corrigé**
>
> Pour pouvoir faire des sachets contenant exactement le même nombre d'autocollants et de drapeaux, il est nécessaire que le nombre total d'autocollants et de drapeaux soit divisible par le même nombre.
>
> Cependant, 132 n'est pas divisible par 15, donc il n'est pas possible de faire 15 sachets.
>
> $$132 = 15 \times 8 + 12$$

2.

2. a. Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.

> **Corrigé**
>
> Décomposition en produits de facteurs premiers :
>
> $$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$$
>
> $$132 = 2^2 \times 3 \times 11$$

2. b. En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.

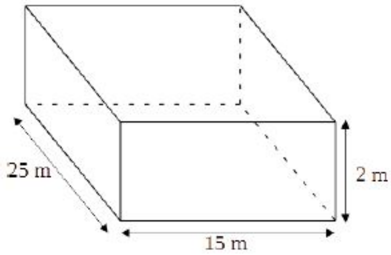
> **Corrigé**
>
> Le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser est déterminé par le PGCD des nombres 330 et 132 :
>
> $$\text{PGCD}(330, 132) = 2 \times 3 \times 11 = 66$$

2. c. Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

> **Corrigé**
>
> Pour réaliser 66 sachets, chaque sachet contiendra :
>
> $$\frac{330}{66} = 5 \text{ autocollants et } \frac{132}{66} = 2 \text{ drapeaux}$$

PARTIE B

La piscine a la forme d'un pavé droit représenté ci-dessous.



Elle est remplie aux $\dfrac{9}{10}$ du volume.
1 m^3 d'eau coûte $4,14$€.
Combien coûte le remplissage de la piscine ?

Corrigé

La piscine a un volume de :

$$V = 25 \times 15 \times 2 = 750 \text{ m}^3$$

Elle est remplie à $\frac{9}{10}$ de son volume, donc le volume d'eau utilisé est :

$$V_{\text{eau}} = \frac{9}{10} \times 750 = 675 \text{ m}^3$$

Le coût total du remplissage de la piscine est calculé en utilisant le prix par mètre cube :

$$\text{Coût total} = 675 \times 4,14 = \underline{2794,50 \text{ euros}}$$

Fin du devoir

©ISSN 2272-5318